

第3讲 一次函数与实际应用

一、行程问题

行程问题

常用公式：路程=_____×_____

函数图象的解读，要关注4点：起始点，终止点，_____和_____

【教法备注】

特点：

所给问题中已经明确告知为一次函数关系或者给出函数的图像为直线或直线的一部分时，就等于告诉我们此函数为“一次函数”，此时可以利用待定系数法求解析式即可。

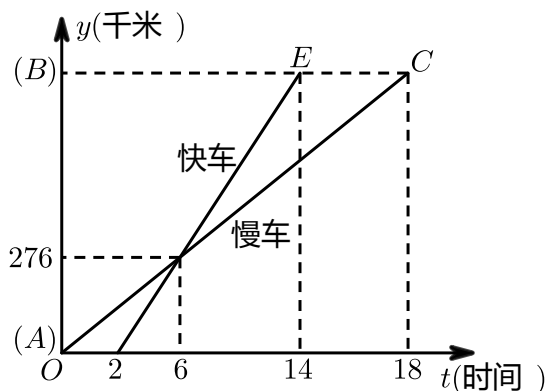
常见题型：

行程问题中的路程与时间的关系常给出函数的图像（多是直线或折线）。

常见题型	解题思路
行程问题	常用公式：路程=速度×时间 函数图象的解读，要关注4点：起始点，终止点， 转折点和最值点

例题1

1. 一辆慢车和一辆快车沿相同路线从A地到B地，所行使的路程与时间的函数图象如图所示，下列说法正确的有（ ）。
- ①快车追上慢车需6小时；
 - ②慢车比快车早出发2小时；
 - ③快车速度为46km/h；
 - ④慢车速度为46km/h；
 - ⑤AB两地相距828km；
 - ⑥快车14小时到达B地。



A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】 B

【解析】 (1) 由图可知，快车和慢车在6小时相遇，但快车在2小时出发，所以快车4小时追上慢车，故(1)错误；

(2) 由图可知，慢车在0小时出发，快车在2小时出发，所以慢车早出发2小时，故(2)正确；

(3) 快车速度： $276 \div (6 - 2) = 69(\text{km/h})$ ，故(3)错误；

(4) 慢车速度： $276 \div 6 = 46(\text{km/h})$ ，故(4)正确；

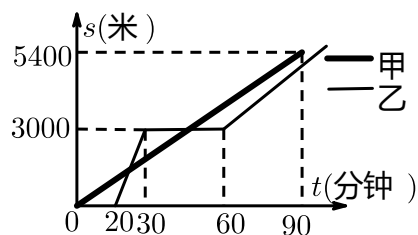
(5) AB 的距离： $69 \times (14 - 2) = 828\text{km}$ ，故(5)正确；

(6) 快车所需时间： $14 - 2 = 12\text{h}$ ，故(6)错误。

故选B。

【标注】【知识点】函数图象与实际问题

2. 某景区在同一直线上顺次有三个景点A、B、C，甲、乙两名游客从景点A出发，甲步行到景点C；乙花20分钟时间排队后乘观光车先到景点B，在B处停留一段时间后，再步行到景点C，甲、乙两人离景点A的路程s(米)关于时间t(分钟)的函数图象如图所示。



(1) 甲的速度是 _____ 米/分钟。

(2) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时，求乙离景点A的路程s与t的函数表达式。

(3) 乙出发后多长时间与甲在途中相遇？

(4)

若当甲到达景点 C 时,乙与景点 C 的路程为360米,则乙从景点 B 步行到景点 C 的速度是多少?

【答案】 (1) 60

(2) $s = 300t - 6000$.

(3) 乙出发5分钟和30分钟时与甲在途中相遇 .

(4) 68米/分钟 .

【解析】 (1) 由图可得,甲90分钟走了5400米,
则甲的速度为 $\frac{5400}{90} = 60$ 米/分钟 . .

(2) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时,设 $s = mt + n$,

$$\text{由题意得} \begin{cases} 20m + n = 0 \\ 30m + n = 3000 \end{cases} ,$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 300 \\ n = -6000 \end{cases} ,$$

$$\therefore s = 300t - 6000 .$$

(3) 当 $20 \leq t \leq 30$ 时, $60t = 300t - 6000$,

$$\text{解得: } t = 25 ,$$

$$25 - 20 = 5 \text{ (分)}$$

当 $30 \leq t \leq 60$ 时, $60t = 3000$,

$$\text{解得: } t = 50 ,$$

$$50 - 20 = 30 \text{ (分)}$$

所以乙出发5分钟和30分钟时与甲在途中相遇 .

(4) 设乙从 B 步行到 C 的速度是 x 米/分钟 ,

$$\text{由题意得} 5400 - 3000 - (90 - 60)x = 360 ,$$

$$\text{解得: } x = 68 ,$$

所以乙从景点 B 步行到景点 C 的速度是68米/分钟 .

【标注】【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【知识点】函数图象与实际问题的

【知识点】函数的图象

【知识点】一次函数与实际问题的

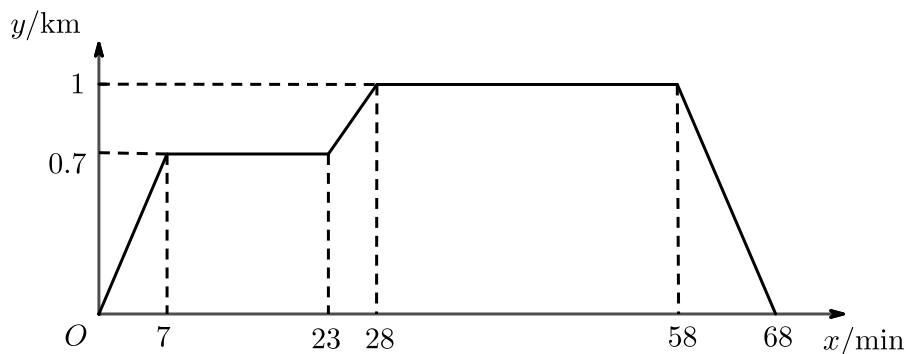
【知识点】一元一次方程与实际问题的

【思想】函数思想

练习1

3. 在“看图说故事”活动中，某学习小组结合图象设计了一个问题情境．

已知小亮所在学校的宿舍、食堂、图书馆依次在同一条直线上，食堂离宿舍 0.7km ．图书馆离宿舍 1km ．周末，小亮从宿舍出发，匀速走了 7min 到食堂；在食堂停留 16min 吃早餐后，匀速走了 5min 到图书馆；在图书馆停留 30min 借书后，匀速走了 10min 返回宿舍．给出的图象反映了这个过程中小亮离宿舍的距离 $y\text{km}$ 与离开宿舍的时间 $x\text{min}$ 之间的对应关系．



请根据相关信息，解答下列问题：

(1) 填表：

离开宿舍的时间/min	2	5	20	23	30
离宿舍的距离/km	0.2	_____	0.7	_____	_____

(2) 填空：

- ① 食堂到图书馆的距离为 _____ km；
- ② 小亮从食堂到图书馆的速度为 _____ km/min；
- ③ 小亮从图书馆返回宿舍的速度为 _____ km/min；
- ④ 当小亮离宿舍的距离为 0.6km 时，他离开宿舍的时间为 _____ min．

(3) 当 $0 \leq x \leq 28$ 时，请直接写出 y 关于 x 的函数解析式．

【答案】 (1) $0.5; 0.7; 1$

(2) ① 0.3

② 0.06

③ 0.1

④ 6 或 62

(3)
$$y = \begin{cases} \frac{x}{10} & (0 \leq x < 7) \\ 0.7 & (7 \leq x \leq 23) \\ \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} & (23 < x \leq 28) \end{cases}$$

【解析】(1) 设从宿舍到食堂的解析式为 $y = kx (0 \leq x < 7)$,

由函数图象可知经过 $(7, 0.7)$, 则有 $0.7 = 7k$, 解得 $k = \frac{1}{10}$,

故函数关系式为 $y = \frac{x}{10} (0 \leq x < 7)$,

当 $x = 5$ 时, 则 $y = \frac{5}{10} = 0.5$ (km),

由函数图象可知, 从第7分钟到第23分钟, 小亮停留在食堂, 故此时

$y = 0.7 (7 \leq x < 23)$, 从第23分钟开始到第28分钟小亮从食堂走到图书馆, 从第28分钟到第58分钟小亮停留在图书馆由图象可知, 第30分钟小亮在图书馆, 故此时离宿舍1km.

故:

离开宿舍的时间/min	2	5	20	23	30
离宿舍的距离/km	0.2	0.5	0.7	0.7	1

(2) ① 由函数图象可知:

食堂到图书馆的距离为 $1 - 0.7 = 0.3$ km.

② 食堂到图书馆的速度为 $0.3 \div 5 = 0.06$ km/min.

③ 小亮从图书馆返回宿舍的速度为: $1 \div (68 - 58) = 0.1$ km/min.

④ 由(1)知, 小亮从宿舍到食堂的函数解析式为 $y = \frac{x}{10}$, 且由图象知距离

0.6 km在去往食堂路上,

故 $0.6 = \frac{x}{10}$, 解得 $x = 6$ (min),

小亮返回宿舍时, 距离宿舍0.6 km/时,

且由②知此时小亮速度为0.1 km/min,

则 $\frac{0.6}{0.1} = 6$ (min),

故小亮离开宿舍的时间为 $68 - 6 = 62$ (min).

(3) 设从第23分钟到第28分钟函数解析式为 $y = ax + b$, 图象经过 $(23, 0.7)$, $(28, 1)$

代入则有

$$\begin{cases} 0.7 = 23a + b \\ 1 = 28a + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = \frac{3}{50} \\ b = -\frac{17}{25} \end{cases}$$

故 $y = \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} (23 < x \leq 28)$,

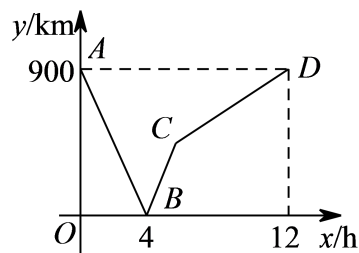
由(1)知 $y = \frac{x}{10} (0 \leq x < 7)$,

由图象知 $y = 0.7 (7 \leq x \leq 23)$,

$$\text{故当 } 0 \leq x \leq 28 \text{ 时, } y = \begin{cases} \frac{x}{10} (0 \leq x < 7) \\ 0.7 (7 \leq x \leq 23) \\ \frac{3}{50}x - \frac{17}{25} (23 < x \leq 28) \end{cases}$$

【标注】【知识点】函数图象与实际问题

4. 一列快车从甲地驶往乙地，一列慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为 $x(\text{h})$ ，两车之间的距离为 y ，图中的折线表示 y 与 x 之间的关系。



- (1) 慢车速度为每小时 _____ km；快车的速度为每小时 _____ km。
 (2) 当两车相距300km时，两车行驶了 _____ 小时。
 (3) 若慢车出发3小时后，第二列快车从乙地出发驶往甲地，速度与第一列快车相同。第二列快车行驶的过程中，当它和慢车相距150km时，求两列快车之间的距离。

【答案】(1) 75；150

(2) $\frac{8}{3}$ 或 $\frac{16}{3}$

(3) 第二列快车和慢车相距150km时，两列快车相距150km或750km。

【解析】(1) 慢车速度为： $900 \div 12 = 75$ (千米/时)。

快车的速度： $75 \times 2 = 150$ (千米/时)。

故答案为：75；150。

(2) ①当相遇前相距300km时， $\frac{900 - 300}{75 + 150} = \frac{8}{3}$ (小时)；

②当相遇后相距300km时， $\frac{900 + 300}{75 + 150} = \frac{16}{3}$ (小时)；

综上所述，当两车相距300km时，两车行驶了 $\frac{8}{3}$ 或 $\frac{16}{3}$ 小时。

故答案是： $\frac{8}{3}$ 或 $\frac{16}{3}$ 。

(3) 设第二列快车行 x 时，第二列快车和慢车相距150km。分两种情况：

①慢车在前，则 $75 \times 3 + 75x - 150 = 150x$ ，

解得 $x = 1$ 。

此时 $900 - 150 \times (3 + 1) - 150 \times 1 = 150$ 。

②慢车在后，则 $75 \times 3 + 75x + 150 = 150x$ ，

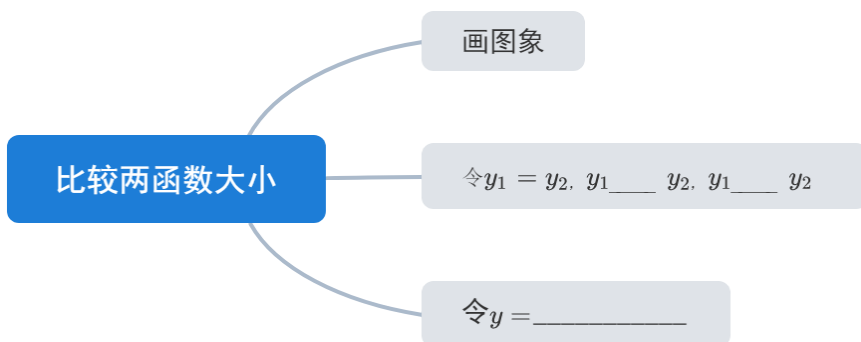
解得 $x = 5$ 。

此时第一列快车已经到站， $150 \times 5 = 750$ 。

综上，第二列快车和慢车相距150km时，两列快车相距150km或750km。

【标注】【知识点】函数图象与实际问题

二、方案选择问题



【教法备注】

常见题型	解题思路
方案选择问题	1.列出函数关系式（注意范围问题） 2.分段比较两个函数的大小(三种方法) ①画图像，直接观察 y_1, y_2 大小 ②令 $y_1 = y_2$, $y_1 > y_2, y_1 < y_2$, 求出相应自变量的取值范围 ③令 $y = y_1 - y_2$, 再利用一次函数的增减性确定 y 的正负，得到 y_1, y_2 的大小关系

例题2

5. 甲、乙两店销售同一种蔬菜种子。在甲店，不论一次购买数量是多少，价格均为4.5元/kg。在乙店价格为5元/kg，如果一次购买2kg以上的种子，超出2kg部分的种子价格打8折。

设小明在同一个店一次购买种子的数量为 x kg ($x > 0$)。

(1) 根据题意填表：

一次购买数量 /kg	1.5	2	3.5	6	...
---------------	-----	---	-----	---	-----

在甲店花费/元	6.75		15.75		...
在乙店花费/元	7.5		16		...

(2) 设在甲店花费 y_1 元, 在乙店花费 y_2 元, 分别求 y_1, y_2 关于 x 的函数解析式.

(3) 根据题意填空:

- ① 若小明在甲店和在乙店一次购买种子的数量相同, 且花费相同, 则他在同一个店一次购买种子的数量为 _____ kg.
- ② 若小明在同一个店一次购买种子的数量为3kg, 则他在甲、乙两个店中的 _____ 店购买花费少.
- ③ 若小明在同一个店一次购买种子花费了45元, 则他在甲、乙两个店中的 _____ 店购买数量多.

【答案】(1)

一次购买数量/kg	1.5	2	3.5	6	...
在甲店花费/元	6.75	9	15.75	27	...
在乙店花费/元	7.5	10	16	26	...

$$(2) y_1 = 4.5x (x > 0), y_2 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases}.$$

(3) ① 4

② 甲

③ 乙

【解析】(1) 在甲店购买2kg, 花费 $2 \times 4.5 = 9$ (元),
 在甲店购买6kg, 花费 $6 \times 4.5 = 27$ (元),
 在乙店购买2kg, 花费 $2 \times 5 = 10$ (元),
 在乙店购买6kg, 花费
 $10 + 5 \times (6 - 2) \times 0.8$
 $= 10 + 16$
 $= 26$ (元).

$$(2) y_1 = 4.5x (x > 0),$$

当 $0 < x \leq 2$ 时, $y_2 = 5x$,

当 $x > 2$ 时,

$$y_2 = 5 \times 2 + 5 \times 0.8(x - 2)$$

$$= 10 + 4x - 8$$

$$= 4x + 2,$$

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 5x (0 < x \leq 2) \\ 4x + 2 (x > 2) \end{cases}.$$

- (3)① 当 $0 < x \leq 2$ 时, $y_1 = 4.5x$, $y_2 = 5x$, $y_1 \neq y_2$,
 当 $x > 2$ 时, $y_1 = 4.5x$, $y_2 = 4x + 2$,
 $4.5x = 4x + 2$, $0.5x = 2$, $x = 4$,
 $\therefore$ 购买4kg时, 在两店花费相同.
- ② 当 $x = 3$ 时, $y_1 = 4.5 \times 3 = 13.5$ (元),
 $y_2 = 4 \times 3 + 2 = 14$ (元),
 $\therefore y_1 < y_2$,
 $\therefore$ 在甲店花费少.
- ③ 当 $y = 45$ 时,
 甲: $4.5x = 45$, $x = 10$,
 乙: $4x + 2 = 45$, $4x = 43$, $x = 10.75$,
 $\therefore$ 在乙店购买数量多.

【标注】【思想】数形结合思想

【知识点】一元一次方程的和差倍分

【知识点】含乘方的有理数混合运算

【知识点】一次函数与一元一次方程

【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】函数解析式

【知识点】分段函数

【能力】分析和解决问题能力

【能力】运算能力

6. 某游泳馆每年夏季推出两种游泳付费方式, 方式一: 先购买会员证, 每张会员证100元, 只限本人当年使用, 凭证游泳每次再付费5元, 方式二: 不购买会员证, 每次游泳付费9元, 设小明计划今年夏季游泳次数为 x (x 为正整数).

(1) 根据题意, 填写下表:

游泳次数	10	15	20	...	x
方式一的总费用(元)	150	175	_____	...	_____
方式二的总费用(元)	90	135	_____	...	_____

(2) 若小明计划今年夏季游泳的总费用为270元, 选择哪种付费方式, 他游泳的次数比较多?

(3) 当 $x > 20$ 时, 小明选择哪种付费方式更合算? 并说明理由.

【答案】(1) 200; $5x + 100$; 180; $9x$

- (2) 小明选择方式一游泳次数比较多 .
- (3) 当 $x = 25$ 时, 小明选择这两种方式一样划算 ,
 当 $20 < x < 25$ 时, 小明选择方式二更划算 ,
 当 $x > 25$ 时, 小明选择方式一更划算 .

【解析】 (1) $100 + 20 \times 5 = 200$, $5x + 100$, $20 \times 9 = 180$, $9x$.

- (2) 方式一: $5x + 100 = 270$,
 解得 $x = 34$,
 方式二: $9x = 270$,
 解得 $x = 30$,
 $\because 34 > 30$
 $\therefore$ 小明选择方式一游泳次数比较多 .
- (3) 设方式一与方式二的总费用的差为 y 元 ,
 则 $y = (5x + 100) - 9x$,
 即 $y = -4x + 100$,
 当 $y = 0$ 时, 即 $-4x + 100 = 0$, 得 $x = 25$,
 $\therefore$ 当 $x = 25$ 时, 小明选择这两种方式一样划算 ,
 $\because -4 < 0$,
 $\therefore y$ 随 x 的增大而增大 ,
 $\therefore$ 当 $20 < x < 25$ 时, 有 $y > 0$, 小明选择方式二更划算 ;
 当 $x > 25$ 时, 小明选择方式一更划算 .

【标注】【能力】分析和解决问题能力

【思想】函数思想

【知识点】一次函数与实际问题

练习2

7. 甲、乙两个批发店销售同一种苹果, 在甲批发店, 不论一次购买数量是多少, 价格均为6元/kg . 在乙批发店, 一次购买数量不超过50kg 时, 价格为7元/kg ; 一次购买数量超过50kg 时, 其中有50kg 的价格仍为7元/kg , 超过50kg 部分的价格为5元/kg . 设小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为 x kg ($x > 0$) .

- (1) 根据题意填表:

一次购买数量/kg	30	50	150	...
甲批发店花费/元		300		...

乙批发店花费/元		350		...
----------	--	-----	--	-----

(2) 设在甲批发店花费 y_1 元, 在乙批发店花费 y_2 元, 分别求 y_1 , y_2 关于 x 的函数解析式.

(3) 根据题意填空.

- ① 若小王在甲批发店和在乙批发店一次购买苹果的数量相同, 且花费相同, 则他在同一个批发店一次购买苹果的数量为 _____ kg.
- ② 若小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为120kg, 则他在甲、乙两个批发店中的 _____ 批发店购买花费少.
- ③ 若小王在同一批发店一次购买苹果花费了360元, 则他在甲、乙两个批发店中的 _____ 批发店购买数量多.

【答案】 (1) 180, 900, 210, 850.

$$(2) y_1 = 6x(x > 0),$$

$$y_2 = 7x(0 < x \leq 50),$$

$$y_2 = 7 \times 50 + (x - 50) \times 5 = 5x + 100(x > 50).$$

(3) ① 100

② 乙

③ 甲

【解析】 (1) 由题意可得:

在甲批发店购买30kg 需要付款 $30 \times 6 = 180$ (元),

在甲批发店购买150kg, 需要付款 $150 \times 6 = 900$ (元),

在乙批发店购买30kg 需要付款 $30 \times 7 = 210$ (元),

在乙批发店购买150kg 需要付款 $50 \times 7 + (150 - 50) \times 5 = 850$ (元).

(2) 由题意可得:

$$y_1 = 6x(x > 0),$$

$$y_2 = 7x(0 < x \leq 50),$$

$$y_2 = 7 \times 50 + 5(x - 50) = 5x + 100(x > 50).$$

(3) ① $6x = 5x + 100$

$$x = 100.$$

② 购买甲批发店120kg 需要花费 $120 \times 6 = 720$ (元),

购买乙批发店120kg 需要花费 $5 \times 120 + 100 = 700$ (元),

故选乙批发店.

③ 在甲店可以购买

$$360 = 6x$$

$$x = 60 ,$$

在乙店可以购买 $360 > 350$,

$$360 = 5x + 100$$

$$260 = 5x$$

$$x = 52$$

$60 > 52$, 故选甲 .

【标注】【知识点】有理数与实际问题

【知识点】一元一次方程与实际问题

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

【思想】方程思想

8. 某儿童游乐园推出两种门票收费方式：

方式一：购买会员卡，每张会员卡费用是200元，凭会员卡可免费进园5次，免费次数用完以后，每次进园凭会员卡只需10元；

方式二：不购买会员卡，每次进园是20元。（两种方式每次进园均指单人）设进园次数为 x （ x 为非负整数）.

（1）根据题意，填写下表：

进园次数（次）	5	10	20	...
方式一收费（元）	200		350	
方式二收费（元）		200		...

（2）设方式一收费 y_1 元，方式二收费 y_2 元，分别写出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数关系式.

（3）当 $x > 30$ 时，哪种进园方式花费少？请说明理由.

【答案】（1）250；100；400 .

（2）当 $0 \leq x \leq 5$ 时， $y_1 = 200$ ，当 $x > 5$ 时， $y_1 = 10x + 150$ ；

$y_2 = 20x (x \geq 0)$.

（3）方式一，证明见解析 .

【解析】（1）当 $x = 10$ 时，方式一收费： $200 + 10 \times (10 - 5) = 250$ （元），

当 $x = 5$ 时，方式二收费： $20 \times 5 = 100$ （元），

当 $x = 20$ 时，方式二收费： $20 \times 20 = 400$ （元）。

(2) 当 $0 \leq x \leq 5$ 时， $y_1 = 200$ ；

当 $x > 5$ 时， $y_1 = 200 + (x - 5) \cdot 10$ 即 $y_1 = 10x + 150$ ，

$y_2 = 20x (x \geq 0)$ 。

(3) 方式一花费少。

当 $x > 30$ 时，有 $y_1 = 10x + 150$ ， $y_2 = 20x$ 。

$\therefore y_1 - y_2 = 10x + 150 - 20x = -10x + 150$ 。

记 $y = -10x + 150$ 。

由 $-10 < 0$ ，有 y 随 x 的增大而减小，

又 $x = 30$ 时，有 $y = -150$ 。

$\therefore x > 30$ 时，有 $y < -150$ ，即 $y < 0$ 。

$\therefore y_1 < y_2$ ，

$\therefore$ 当 $x > 30$ 时，方式一花费少。

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

三、方案设计问题

方案设计问题

特点：当一个问题中含有多个变量时，可以分析这些变量的关系，选取其中某个变量作为_____，然后根据所给的条件寻求可以反映实际问题的函数，再利用_____选择最优方案，_____直接决定方案的选择。

常见题型：调配问题，利润问题，分段计价问题等

【教法备注】

特点：

当一个问题中含有多个变量时，可以分析这些变量的关系，选取其中某个变量作为自变量，然后根据所给的条件寻求可以反映实际问题的函数，再利用函数的性质选择最优方案，自变量的取值范围直接决定方案的选择。

常见题型：

调配问题，利润问题

常见题型	解题思路
方案设计问题	1.结合图标列出函数关系式 2.结合题目根据题目中的不等关系，计算出自变量的取值范围，再结合一次函数的增减性求出最值

例题3

9. 某科技公司在甲地、乙地分别生产了17台、15台同一种型号的检测设备，全部运往大运会赛场A、B两馆，其中运往A馆18台、运往B馆14台，运往A、B两馆的运费如下表：

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	800元/台	700元/台
B馆	500元/台	600元/台

- (1) 设甲地运往A馆的设备有 x 台，请填写下表，并求出总运费 y （元）与 x （台）的函数关系式。

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	x （台）	_____（台）
B馆	_____（台）	_____（台）

- (2) 要使总运费不高于20200元，请你帮助该公司设计调配方案，并写出有哪几种方案。
 (3) 当 x 为多少时，总运费最小，最小值是多少？

【答案】 (1) $y = 200x + 19300$ ($3 \leq x \leq 17$ 且为整数)。

- (2) 该公司的调配方案共有2种：

方案一：甲地运往A馆3台，B馆14台，乙地运往A馆15台，B馆0台。

方案二：甲地运往A馆4台，B馆13台，乙地运往A馆14台，B馆1台。

- (3) $x = 3$ 时，总运费最小为19900元。

【解析】 (1) 如下表所示：

出发地 目的地	甲地	乙地
A馆	x （台）	$18 - x$ （台）
B馆	$17 - x$ （台）	$x - 3$ （台）

$$y = 800x + 700(18 - x) + 500(17 - x) + 600(x - 3),$$

整理可得， $y = 200x + 19300$ ，

$$\text{其中 } x \text{ 满足 } \begin{cases} x \geq 0 \\ 18 - x \geq 0 \\ 17 - x \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}, \text{ 且 } x \text{ 为整数.}$$

解得 $3 \leq x \leq 17$, 且 x 为整数.

$\therefore$ 总运费 y (元) 与 x (台) 的函数解析式为 $y = 200x + 19300$ ($3 \leq x \leq 17$ 且 x 为整数).

(2) 由 (1) 知 $y = 200x + 19300$,

$\therefore$ 运费不高于 20200.

$\therefore y \leq 20200$.

即 $200x + 19300 \leq 20200$,

解得 $x \leq \frac{9}{2}$.

$\therefore 3 \leq x \leq 17$ 且 x 为整数,

$\therefore x = 3$ 或 4 .

$\therefore$ 该公司的调配方案共有 2 种:

方案一: 甲地运往 A 馆 3 台, B 馆 14 台, 乙地运往 A 馆 15 台, B 馆 0 台.

方案二: 甲地运往 A 馆 4 台, B 馆 13 台, 乙地运往 A 馆 14 台, B 馆 1 台.

(3) 当 $x = 3$ 时, $y = 200 \times 3 + 19300 = 19900$.

$\therefore x = 3$ 时, 总运费最小为 19900 元.

【标注】【知识点】整式加减

10. “五一”期间, 为了满足广大人民的消费需求, 某商店计划用 160000 元购进一批家电. 这批家电的进价和售价如下表:

类别	彩电	冰箱	洗衣机
进价	2000	1600	1000
售价	2200	1800	1100

(1) 若全部资金用来购买彩电和洗衣机共 100 台, 问商家可以购买彩电和洗衣机各多少台?

(2) 若在现有资金 160000 元允许的范围内, 购买上表中三类家电共 100 台, 其中彩电台数和冰箱台数相同. 且购买洗衣机的台数不超过购买彩电的台数, 请你算一算有几种进货方案? 哪种进货方案能使商店销售完这批家电获得的利润最大? 并求出最大利润.

【答案】 (1) 60 台, 40 台.

(2) 共有四种进货方案, 当 $a = 37$ 时, 有最大利润 17400.

【解析】 (1) 设商店购买彩电 x 台, 则购买洗衣机 $(100 - x)$ 台.

由题意, 得 $2000x + 1000(100 - x) = 160000$,

解得 $x = 60$,

则洗衣机为 : $100 - x = 40$ (台) ,

所以 , 商店可以购买彩电60台 , 洗衣机40台.

(2) 设购买彩电 a 台 , 则

$$\begin{cases} 2000a + 1600a + 1000(100 - 2a) \leq 160000 \\ 100 - 2a \leq a, \end{cases}$$

解得 $\frac{100}{3} \leq a \leq 37.5$,

$\therefore a$ 为整数 ,

$\therefore a = 34, 35, 36, 37$,

即共有四种进货方案 .

设商店销售完毕后获得利润为 ω 元 ,

则 $\omega = 200a + 10000$,

$\therefore 200 > 0$,

$\therefore \omega$ 随 a 的增大而增大 ,

$\therefore$ 当 $a = 37$ 时 , $\omega = 17400$.

【标注】【知识点】一次函数与一元一次不等式

【知识点】一次函数与实际问题

【能力】运算能力

练习3

11. 某校计划租用汽车送234名学生和6名教师集体外出活动 , 每辆汽车上至少要有1名教师 , 租车费用不超过2300元 .

现有甲、乙两种大客车 , 它们的载客量和租金如下 :

	甲种客车	乙种客车
载客量 / (人 / 辆)	45	30
租金 / (元 / 辆)	400	280

为给出最节省费用的租车方案 , 请先帮小明完成分析 , 再解决问题 .

小明的分析 :

(1) 可以先考虑共需租多少辆车 , 从乘车人数的角度出发 , 要注意到以下要求 :

① 要保证240名师生都有车坐 .

② 要使每辆汽车上至少有1名教师 .

根据①可知 , 汽车总数不能少于 _____ ; 根据②可知 , 汽车总数不能大于 _____ ; 综合起来可知汽车总数为 _____ .

(2) 设租用甲种客车 x 辆 (x 为非负整数), 试填写下表:

车型	甲	乙
数量/(辆)	x	_____
载客人数/(人)	$45x$	_____
费用/(元)	$400x$	_____

(3) 请给出租车费用最节省的方案.

【答案】 (1) 6; 6; 6

(2) $6 - x$; $30(6 - x)$; $280(6 - x)$

(3) 租车费用最节省的方案是租甲种车4辆, 乙种车2辆.

【解析】 (1) $(234 + 6) \div 45 = 5\frac{1}{3}$,

所以, 汽车总数不能少于6辆,

$\because$ 每辆汽车上至少要有1名教师, 共有教师6名,

$\therefore$ 汽车总数不能大于6,

综合起来考虑可知汽车总数为6.

(2) $6 - x$; $30(6 - x)$; $280(6 - x)$.

(3) 根据题意, 得
$$\begin{cases} 45x + 30(6 - x) \geq 234 + 6 \\ 400x + 280(6 - x) \leq 2300 \end{cases}$$

解得 $4 \leq x \leq \frac{31}{6}$.

租车费用 $y = 400x + 280(6 - x) = 120x + 1680$.

即 $y = 120x + 1680$ ($4 \leq x \leq \frac{31}{6}$, 且 x 为整数).

$\because 120 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时租车费用最少.

答: 租车费用最节省的方案是租甲种车4辆, 乙种车2辆.

【标注】【知识点】不等式组的方案选择问题

12. 某服装公司有A型童装80件, B型童装120件, 分配给下属的“万达”和“万象城”两个专卖店销售, 其中140件给万达店, 60件给万象城店, 且都能卖完, 两商店销售这两种童装每件的利润(元)如表:

	A型利润(元)	B型利润(元)
万达店	100	80

万象城店	80	90
------	----	----

(1) 设分配给万达店A型产品 x 件 ($20 \leq x \leq 80$)，请在下表中用含 x 的代数式填写：

	A型分配量 (件)	B型分配量 (件)
万达店	x	_____
万象城店	_____	_____

若记这家服装公司卖出这200件产品的总利润为 y (元)，求 y 关于 x 的函数关系。

(2) 现要求总利润不低于18140元，请说明有多少种不同分配方案，并写出各种分配方案。

【答案】 (1) $140 - x$ ； $80 - x$ ； $x - 20$ ；函数关系式是 $y = 30x + 15800$ ($20 \leq x \leq 80$)。

(2) 分配方案有三种：

方案一：给万达店A型产品78件，B型产品62件，给万象城店A型产品2件，B型产品58件；

方案二：给万达店A型产品79件，B型产品61件，给万象城店A型产品1件，B型产品59件；

方案三：给万达店A型产品80件，B型产品60件，给万象城店A型产品0件，B型产品60件。

【解析】 (1) 设分配给万达店A型产品 x 件 ($20 \leq x \leq 80$)，填表如下：

	A型分配量 (件)	B型分配量 (件)
万达店	x	$140 - x$
万象城店	$80 - x$	$x - 20$

若记这家服装公司卖出这200件产品的总利润为 y (元)，

则 $y = 100x + 80(140 - x) + 80(80 - x) + 90(x - 20)$ ，

整理，得 $y = 30x + 15800$ 。

即 y 关于 x 的函数关系式是 $y = 30x + 15800$ ($20 \leq x \leq 80$)。

故答案为： $140 - x$ ； $80 - x$ ； $x - 20$ 。

(2) 由题意，可得 $30x + 15800 \geq 18140$ ，

解得 $x \geq 78$ 。

$\because 20 \leq x \leq 80$ ，

$\therefore 78 \leq x \leq 80$ ，

$\because x$ 是整数，

$\therefore x = 78, 79, 80$ 。

$\therefore$ 分配方案有三种：

方案一：给万达店A型产品78件，B型产品62件，给万象城店A型产品2件，B型产品58件；

方案二：给万达店A型产品79件，B型产品61件，给万象城店A型产品1件，B型产品59件；

方案三：给万达店A型产品80件，B型产品60件，给万象城店A型产品0件，B型产品60件。

【标注】【知识点】一次函数与实际问题

【知识点】不等式组的方案选择问题

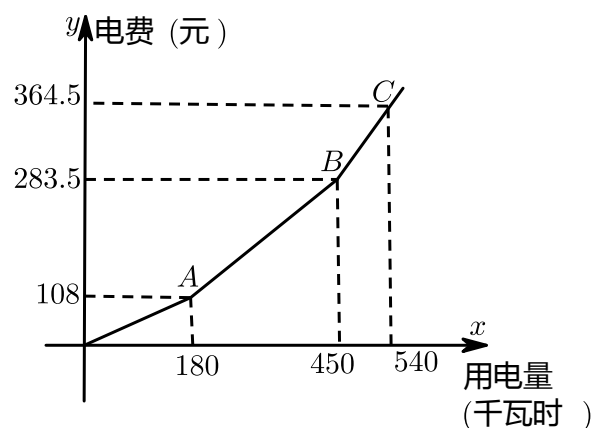
【能力】分析和解决问题能力

四、分段计价问题

【教法备注】

分段计价问题重点注意好每段中自变量的取值范围

13. 为了响应国家节能减排的号召，鼓励市民节约用电，我市从2012年7月1日起，居民用电实行“一户一表”的“阶梯电价”，分三个档次收费，第一档是用电量不超过180千瓦时实行“基本电价”，第二、三档实行“提高电价”，具体收费情况如右折线图，请根据图象回答下列问题。



- (1) 当用电量是180千瓦时时，电费是 _____ 元。
- (2) 第二档的用电量范围是 _____。
- (3) “基本电价”是 _____ 元/千瓦时。
- (4) 小明家8月份的电费是328.5元，这个月他家用电多少千瓦时？

【答案】(1) 108

(2) $108 < x \leq 450$

(3) 0.6

(4) 这个月他家用电500千瓦时 .

【解析】(1) 由函数图象，得：当用电量为180千瓦时，电费为：108元 .

(2) 由函数图象，得：设第二档的用电量为 x 千瓦时，则 $108 < x \leq 450$.

(3) 基本电价是： $108 \div 180 = 0.6$.

(4) 设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ，由图象，得：

$$\begin{cases} 364.5 = 540k + b \\ 283.5 = 450k + b \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 0.9 \\ b = -121.5 \end{cases}$$

$$y = 0.9x - 121.5 .$$

$$y = 328.5 \text{ 时 ,}$$

$$x = 500 .$$

答：这个月他家用电500千瓦时 .

【标注】【知识点】由函数图象求函数的值

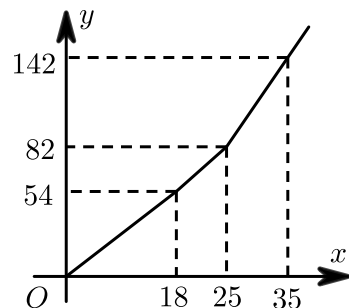
14. 某市居民用水实行以户为单位的三级阶梯收费办法：

第一级：居民每户每月用水18吨以内含18吨，每吨收水费 a 元；

第二级：居民每户每月用水超过18吨但不超过25吨，未超过18吨的部分按照第一级标准收费，超过部分每吨收水费 b 元；

第三级：居民每户每月用水超过25吨，未超过25吨的部分按照第一、二级标准收费，超过部分每吨收水费 c 元 .

设一户居民月用水 x 吨，应缴水费 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示 .



(1) 根据图象直接作答： $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 求当 $x \geq 25$ 时， y 与 x 之间的函数关系式 .

(3) 把上述水费阶梯收费办法称为方案①，假设还存在方案②：居民每户月用水一律按照每吨4元的标准缴费 . 当居民每户月用水超过25吨时，请你根据居民每户月用水量的大小设计出对居民缴费最实惠的方案 .

【答案】 (1) 3 ; 4 ; 6

(2) $y = 6x - 68$.

(3) 当 $25 < x < 34$ 时 , 方案①实惠 ;

当 $x = 34$ 时 , 方案①与②一样实惠 ;

当 $x > 34$ 时 , 方案②实惠 .

【解析】 (1) $a = \frac{54}{18} = 3$,

$$b = \frac{82 - 54}{25 - 18} = 4 ,$$

$$c = \frac{142 - 82}{35 - 25} = 6 .$$

$$\therefore a = 3 , b = 4 , c = 6 .$$

(2) 设 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} 25k + b = 82 \\ 35k + b = 142 \end{cases} .$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 6 \\ b = -68 \end{cases} .$$

$$\therefore y = 6x - 68 .$$

$\therefore$ 当 $x \geq 25$ 时 , y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 6x - 68$.

(3) 当 $x > 25$ 时 , 方案①中 $y = 6x - 68$, 方案②中 $y = 4x$.

当 $6x - 68 > 4x$ 时 ,

$$2x > 68 ,$$

$$x > 34 .$$

当 $6x - 68 = 4x$ 时 ,

$$x = 34 .$$

当 $6x - 68 < 4x$ 时 ,

$$2x < 68 ,$$

$$x < 34 .$$

$\therefore$ 当 $25 < x < 34$ 时 , 方案①实惠 ;

当 $x = 34$ 时 , 方案①与②一样实惠 ;

当 $x > 34$ 时 , 方案②实惠 .

【标注】 【能力】运算能力

【知识点】一次函数与实际问题